FACTORIZAR USANDO REGLA DE RUFFINI

PASO 1 = Ordenar y completar el polinomio.

Ej: l) $p(x) = 2 - 6x^2 + 4x^3$

Si ordeno y completo el polinomio me quedará $p(x) = 4x^3 - 6x^2 + 0x + 2$

PASO 2 = Coloco los cuatro coeficientes respetando el orden

PASO 3 = Ahora debo pensar quienes son divisores enteros del 2. Ellos son ± 1 y ± 2. Consejo: empezar probando con el 1.

PASO 4 = Bajo el 4 y lo multiplico por 1 y escribo el resultado debajo del -6, Hago la suma y me dá por resultado -2. Al -2 lo multiplico por 1 y copio el resultado debajo del 0. Hago la suma y me da -2. Vuelvo a multiplicar y sumar y termino la operación. Para poder factorizar el resto debe ser 0. En este caso da 0

		4	-6	0	2
$x-1$	1		4	-2	-2
		4	-2	-2	0
$x-1$	1		4	2	
		4	2	0	

RESTO

$(4x+2)$ COCIENTE

PASO 5 = Como quedan 3 coeficientes vuelvo a aplicar la regla de Ruffini. Nuevamente elijo el 1. Y nuevamente el resto es 0

PASO 6 = Armo la multiplicación.

$p(x) = (x-1) \cdot (x-1) \cdot (4x+2)$ ← Esta es la factorización

Es el resto

son los números que se usaron como pivote para multiplicar

Otro ejemplo =

b) $g(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$

$(x-2)$		1	-6	12	-8
	2		2	-8	8
$(x-2)$		1	-4	4	0
	2		2	-4	
		1	-2	0	

$(x-2)$

$g(x) = (x-2) \cdot (x-2) \cdot (x-2)$

ó $g(x) = (x-2)^3$

d) $i(x) = x^2 - 5x + 6$

$(x-2)$		1	-5	6
	2		2	-6
		1	-3	0

$(x-3)$

$i(x) = (x-2) \cdot (x-3)$

m) $f(x) = x^2 - x + \frac{1}{4}$

$(x-\frac{1}{2})$		1	-1	$\frac{1}{4}$
	$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$
		1	$-\frac{1}{2}$	0

$(x-\frac{1}{2})$

$f(x) = (x-\frac{1}{2})^2$

I. CASO = FACTOR COMÚN

EJEMPLO b) $g(x) = 4x^2y^5 - 12x^4y^4 + 16x^5y^3$

PASO 1 = Identificar ~~que~~ los factores que se repiten en cada término.

En este caso particular en los tres términos hay números, letras "x" e "y"

PASO 2 = ~~[illegible]~~ En el caso de los números deberemos buscar un divisor común mayor. ~~[illegible]~~ En el caso de las letras buscamos las que tienen menor grado. En este ejemplo quedará

$$g(x) = 4x^2y^3 \cdot ($$

PASO 3 = Debemos tomar por separado cada término y dividirlo por el factor común

En el ejemplo: $\frac{\cancel{4x^2}y^5}{\cancel{4x^2}y^3} = \boxed{y^2}$ $\quad -\frac{\cancel{12}x^4y^4}{4x^2y^3} = \boxed{-3x^2y}$ $\quad \frac{16x^5\cancel{y^3}}{4x^2\cancel{y^3}} = \boxed{4x^3}$

y agregar los resultados dentro del paréntesis

$$\underline{g(x) = 4x^2y^3 \cdot (y^2 - 3x^2y + 4x^3)}$$ ← así queda factorizado el polinomio

Otro ejemplo = e) $j(x) = \cos^2(x) - \cos(x)$

PASO 1 = Se repite $\cos(x)$

PASO 2 = La de menor grado es $\cos(x)$.

Por lo tanto: e) $j(x) = \cos(x) \cdot ($

PASO 3 = $\frac{\cos^{\cancel{2}}(x)}{\cancel{\cos(x)}} = \boxed{\cos(x)}$ $\quad \frac{-\cos(x)}{\cos(x)} = \boxed{-1}$

$$\underline{j(x) = \cos(x) \cdot (\cos(x) - 1)}$$ ← así queda factorizado el polinomio.

II - CASO = EXTRACCIÓN POR GRUPOS

En este caso no hay posibilidad de encontrar un factor común entre todos los términos.

Ej b) $g(x) = 5x^3 + 3x^2 - 5x - 3$

5 y 3 son números coprimos y el factor "x" no está presente en todos los términos. Entonces =

PASO 1 = Elegir dos pares de términos y ~~[illegible]~~ extraer factor común en cada par.

En el ejemplo = $5x^3$ y $-5x$ y por otra parte $3x^2$ y -3

$$g(x) = 5x \cdot (x^2 - 1) + 3 \cdot (x^2 - 1)$$

PASO 2 = Nos quedaron dos términos. Dichos términos tienen un factor en común que es el paréntesis $(x^2 - 1)$. Por lo tanto ese paréntesis será nuestro nuevo factor común

$$g(x) = (x^2 - 1) \cdot ($$

PASO 3 = Dentro del paréntesis debemos colocar los factores que quedan por fuera de los paréntesis, en este caso, $5x$ y $+3$

$$g(x) = (x^2 - 1) \cdot (5x + 3) \longleftarrow \text{así queda factorizado el polinomio}$$

Otro ejemplo = F) $k(x) = ax^3 - bx^2 + ax - b$

PASO 1 = Elegimos ax^3 y ax y $-bx^2$ y $-b$

$$k(x) = ax \cdot (x^2 + 1) - b \cdot (x^2 + 1)$$

PASO 2 = $k(x) = (x^2 + 1) \cdot ($

PASO 3 = $k(x) = (x^2 + 1) \cdot (ax - b) \longleftarrow$ así queda factorizado el polinomio.

III CASO = TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

En este caso hay que ver que cantidad de términos tiene el polinomio ya que como su nombre lo indica es un trinomio (tiene tres términos). Y debemos también recordar un antiguo concepto: cuadrado del binomio:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2.ab + b^2$$

En el cuadrado del binomio, tenemos una expresión binómica elevada al cuadrado y tratamos de encontrar el trinomio el cual es su respuesta

Por ejemplo: $(2x+3)^2 = (2x)^2 + 2.(2x).(3) + (3)^2$

$$4x^2 + 12x + 9$$

En cambio, en el trinomio cuadrado perfecto partimos del trinomio y buscamos llegar a la expresión del cuadrado del binomio.

Ej c) $h(x) = 4x^2 + 12x + 9$

PASO 1 = A dos de sus términos debo aplicarle raíz cuadrada. En el ejemplo $\sqrt{4x^2} = 2x$ y $\sqrt{9} = 3$

De esa forma obtenemos los dos términos del binomio (a y b)

PASO 2 = Ahora debemos chequear si $2.(2x).(3)$ nos da por resultado el término central. En este caso el resultado es $12x$ y da igual.

PASO 3 = Armamos el cuadrado del binomio con los dos términos hallados en el paso 1 y los expresamos entre paréntesis elevándolo al cuadrado.

En el ejemplo quedó $h(x) = (2x+3)^2 \longleftarrow$ esta es la factorización.

Otro ejemplo = f) $h(x) = \frac{1}{9}x^2 + \frac{2}{3}x + 1$

PASO 1 = $\sqrt{\frac{1}{9}x^2} = \frac{1}{3}x \quad \sqrt{1} = 1$

PASO 2 = $2.\left(\frac{1}{3}x\right).1 = \frac{2}{3}x$ =

PASO 3 = $h(x) = \left(\frac{1}{3}x+1\right)^2 \longleftarrow$ esta es la factorización

IV CUATRINOMIO CUBO PERFECTO

También debe analizarse la cantidad de términos ya que debe tener cuatro para ser cuatrinomio. Y además debemos recordar el concepto de cubo del binomio:

$$(a+b)^3 = a^3 + 3.a^2.b + 3.a\,b^2 + b^3$$

En el cubo del binomio tratamos de buscar el cuatrinomio el cual es su respuesta. Ejemplo = $(x-3)^3 = (x)^3 + 3.(x)^2.(-3) + 3.(x).(-3)^2 + (-3)^3$

$$x^3 - 9x^2 + 27x - 27$$

En cambio, en el cuatrinomio cubo perfecto partimos de un cuatrinomio y busca llegar al binomio elevado al cubo.

Ej: a) $f(x) = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

PASO 1 = A dos de sus términos debo aplicarle raíz cúbica. En el ejemplo

$\sqrt[3]{x^3} = x$ y $\sqrt[3]{-27} = -3$

De esta forma obtenemos los dos términos del binomio (a y b)

PASO 2 = Ahora debemos chequear si $3.(a)^2.(b)$ y $3(a).(b)^2$ coinciden con los términos centrales. En el ejemplo:

$3.(x)^2.(-3) = -9x$ y $3.(x).(-3)^2 = 27x$

y en ambos casos dio lo mismo

PASO 3 = Armamos el cubo del binomio con los dos términos hallados en el paso 1 y lo expresamos entre paréntesis elevándolo al cuadrado.

En el ejemplo, a) $f(x) = (x-3)^3$ ← esta es la factorización

Otro ejemplo, f) $k(x) = x^3 + x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{27}$

PASO 1 = $\sqrt[3]{x^3} = x$ $\sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$

PASO 2 = $3.(x)^2.\left(\frac{1}{3}\right) = x^2$ $3.(x).\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{3}x$

PASO 3 = $k(x) = \left(x + \frac{1}{3}\right)^3$ ← esta es la factorización

V CASO = DIFERENCIA DE CUADRADOS

En este caso tendremos siempre un binomio (dos términos) que van a estar separados por una resta.

Ej: c) $h(x) = 9x^2 - 16y^2$

PASO 1 = Sacar la raíz cuadrada de cada término. En el segundo término no se debe incluir el signo negativo.

En el ejemplo $\sqrt{9x^2} = 3x$ $\quad \sqrt{16y^2} = 4y$

PASO 2 = Presentar la factorización como dos binomios que se están multiplicando. Primero los presento como suma y luego como resta. En el ejemplo: $h(x) = (3x+4y).(3x-4y)$ ← FACTORIZACIÓN

¡OJO! = El orden importa. Si primero estaba la x primero escribiré la x y jamás al revés. ~~$h(x) = (4y+3x).(4y-3x)$~~ ESTÁ MAL HECHO

Otros ejemplos:

d) $i(x) = 1 - 16x^2$

PASO 1 = $\sqrt{1} = 1$ $\quad \sqrt{16x^2} = 4x$

PASO 2 = $i(x) = (1+4x).(1-4x)$ ← ESTA ES LA FACTORIZACIÓN

m) $m(x) = sen^2(x) - cos^2(x)$

PASO 1 = $\sqrt{sen^2(x)} = sen(x)$ $\quad \sqrt{cos^2(x)} = cos(x)$

PASO 2 = $m(x) = (sen(x) + cos(x)).(sen(x) - cos(x))$ ← ESTA ES LA FACTORIZACIÓN

VI CASO = SUMAS Y RESTAS DE POTENCIAS DE IGUAL GRADO =

Separamos el estudio en 4 casos. 1) Restas de potencias impares =

Ej a) $F(x) = x^5 - 32$

PASO 1 = Identificar las bases $\sqrt[5]{x^5} = x$ y $\sqrt[5]{32} = 2$

PASO 2 = Respetando el orden armo un binomio conservando el signo original. Ej: $(x-2).($

PASO 3 = Para escribir el segundo paréntesis, descontar a la potencia 5 un grado. Con ese grado 4 (x^4) comienzo a escribir y 2 debo escribirlo en potencia 0. Luego comienza un sube y baja, x disminuye de a 1 grado y 2 comienza a aumentar de a 1 grado. Finalmente quedará la factorización

a) $F(x) = (x-2).(x^4.2^0 + x^3.2^1 + x^2.2^2 + x^1.2^3 + x^0.2^4)$ En el segundo paréntesis todos llevan signo "+"

$F(x) = (x-2).(x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 8x + 16)$ ← FACTORIZACIÓN

2) Restas de potencias pares = mismo procedimiento que en la potencia impar

Ej b) $g(x) = x^4 - y^4$ PASO 1 = $\sqrt[4]{x^4} = x$ $\sqrt[4]{y^4} = y$

PASO 2 = $g(x) = (x-y).($

PASO 3 = $g(x) = (x-y).(x^3y^0 + x^2y^1 + x^1y^2 + x^0y^3)$

$g(x) = (x-y).(x^3 + x^2y + xy^2 + y^3)$ ← FACTORIZACIÓN

3) Sumas de potencias impares =

Ej c) $h(x) = x^5 + 32$

PASO 1 = Identificar las bases $\sqrt[5]{x^5} = x$ y $\sqrt[5]{32} = 2$

PASO 2 = Respeto el orden y armo un binomio conservando el signo original

Ej: $h(x) = (x+2).($

PASO 3 = Lo mismo que en el caso anterior pero el signo primero es positivo, el segundo negativo, el tercero es positivo, el cuarto negativo y así sucesivamente.

$h(x) = (x+2).(+x^4.2^0 - x^3.2^1 + x^2.2^2 - x^1.2^3 + x^0.2^4)$

$h(x) = (x+2).(x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x + 16)$

4) Sumas de potencias pares =

Ej d) $i(x) = x^4 + 16$ ¡NO SE PUEDE FACTORIZAR! ¡JAMÁS!