22/9/2020

COMPOSICIÓN DE FUNCIONES

(1)

DADAS DOS FUNCIONES ($f(x)$ y $g(x)$) ES POSIBLE, A VECES, DEFINIR UNA NUEVA FUNCIÓN $h(x)$ LLAMADA FUNCIÓN COMPUESTA:

$f \circ g$ SE LEE g COMPUESTA CON f.
$g \circ f$ SE LEE f COMPUESTA CON g.

$(f \circ g)(x) : x \rightarrow y = f[g(x)]$

DONDE LA CONDICIÓN $R_g \subseteq D_f$

(EL RECORRIDO O IMAGEN DE $g(x)$ DEBE ESTAR INCLUÍDO EN EL DOMINIO DE LA FUNCIÓN $f(x)$)

$$\begin{tikzcd} & z = g(x) \arrow[dr, "f"] & \\ x \arrow[ur, "g"] \arrow[rr] & & y = f(z) \end{tikzcd}$$

PARTIMOS

$f \circ g : x \longrightarrow y = f[g(x)]$

$(g \circ f)(x) : x \longrightarrow y = g[f(x)]$

DONDE LA CONDICIÓN $R_f \subseteq D_g$

(EL RECORRIDO O IMAGEN DE $f(x)$ DEBE ESTAR INCLUÍDO EN EL DOMINIO DE LA FUNCIÓN $g(x)$)

$$\begin{tikzcd} & z = f(x) \arrow[dr, "g"] & \\ x \arrow[ur, "f"] \arrow[rr] & & y = g(z) \end{tikzcd}$$

PARTIMOS

$g \circ f : x \longrightarrow y = g[f(x)]$

EJERCITACIÓN RESUELTA:

1) SIENDO $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$; $g(x) = x+3$

HALLAR $f \circ g(x)$ y $g \circ f(x)$

PARA PODER HACER LAS COMPOSICIONES PRIMERO DEBEMOS ANALIZAR EL DOMINIO Y RECORRIDO (O IMAGEN) QUE TIENE CADA FUNCIÓN YA QUE $f \circ g$ TIENE COMO CONDICIÓN QUE $R_g \subseteq D_f$

Y $g \circ f$ TIENE COMO CONDICIÓN QUE $R_f \subseteq D_g$

EN LA FUNCIÓN $g(x)$ POR SER FUNCIÓN LINEAL SU RECORRIDO Y DOMINIO SON TODOS LOS NÚMEROS REALES.

EL PROBLEMA ESTÁ EN LA FUNCIÓN $f(x)$ QUE ES UNA FUNCIÓN HOMOGRÁFICA Y SU DOMINIO ES $\mathbb{R} - \left\{-\frac{d}{c}\right\}$ Y SU RECORRIDO ES $\mathbb{R} - \left\{\frac{a}{c}\right\}$

SI QUIERO CALCULAR $g \circ f(x)$ NO HAY PROBLEMA PORQUE $R_f \subseteq D_g$ SE ESCRIBE DE LA SIGUIENTE MANERA EL CÁLCULO

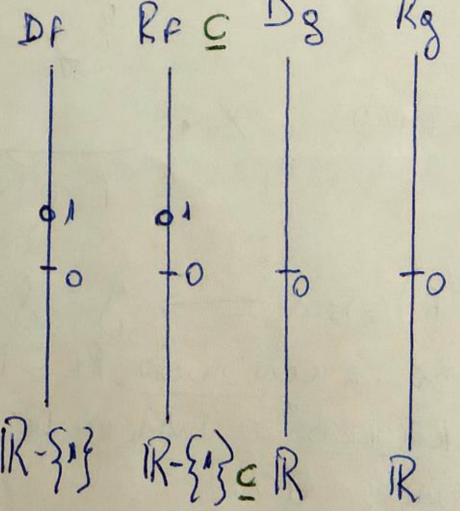
$$g \circ f(x): x \to y = g[f(x)]$$

$$y = g\left[\frac{x+2}{x-1}\right]$$

$$y = \frac{x+2}{x-1} + 3$$

$$y = \frac{x+2+3.(x-1)}{x-1}$$

$$y = \frac{x+2+3x-3}{x-1}$$

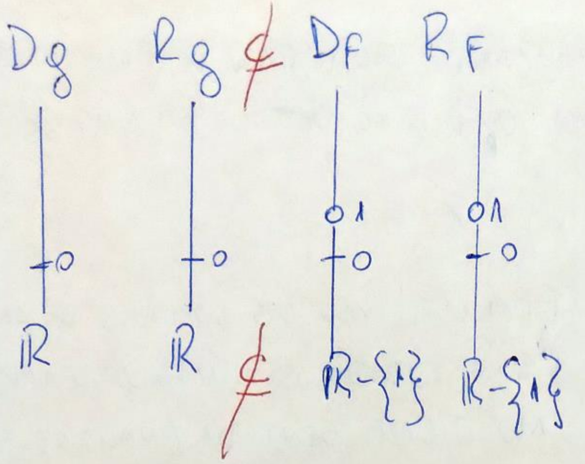


$$g \circ f(x): x \to y = \frac{4x-1}{x-1}$$

DONDE

$\text{Dom}\, g \circ f_{(x)} = \mathbb{R} - \{1\} = D_f$

EL INCONVENIENTE ES CALCULAR $f \circ g(x) =$



PARA SOLUCIONAR ESTA SITUACIÓN DEBEMOS RESTRINGIR EL DOMINIO DE $g(x)$ DE MODO QUE SU RECORRIDO SEA IGUAL AL DOMINIO DE $f(x)$. PARA ELLO TOMO LA FUNCIÓN $g(x)$ Y LE ANULO SU VALOR EN 1.

$$g(x) = x + 3$$
$$1 \neq x + 3$$
$$1 - 3 \neq x$$
$$\boxed{-2 \neq x}$$

ENTONCES EL NUEVO $D\mathring{g}$, LLAMADO DOMINIO RESTRINGIDO DE $g(x)$, ES $D\mathring{g}(x) = \mathbb{R} - \{-2\}$ Y SU RECORRIDO SERÁ $R\mathring{g} = \mathbb{R} - \{1\}$

AHORA CALCULAMOS $f \circ g(x) =$

$$f \circ g(x): x \longrightarrow y = f[g(x)]$$
$$y = f[x+3]$$
$$y = \frac{x+3+2}{x+3-1}$$

$$f \circ g(x): x \longrightarrow y = \frac{x+5}{x+2}$$

DONDE

$$D_m f \circ g(x) = \mathbb{R} - \{-2\} = D\mathring{g}(x)$$

ESO ES EN LOS CASOS DONDE LAS FUNCIONES TIENEN RESTRICCIONES DE DOMINIO.
PERO NO SIEMPRE ES NECESARIO ANALIZAR. SI SE TRATAN DE FUNCIONES QUE SON CONTINUAS EN TODO SU DOMINIO, PIERDE SENTIDO SU ANÁLISIS.

2) SIENDO $F(x) = x^2+3$ y $g(x) = x-5$

CALCULAR $f \circ g(x)$ y $g \circ f(x)$

(EN ESTE CASO LOS DOMINIOS DE AMBAS SON TODOS LOS NÚMEROS REALES Y NO TIENE SENTIDO ANALIZAR SI ESTÁ INCLUÍDO O NO)

$f \circ g(x): x \rightarrow y = f[g(x)]$

$y = f[x-5]$

$y = (x-5)^2+3$

$y = x^2-10x+25+3$

$f \circ g(x): x \rightarrow \boxed{y = x^2-10x+28}$

$g \circ f(x): x \rightarrow y = g[f(x)]$

$y = g[x^2+3]$

$y = x^2+3-5$

$g \circ f(x): x \rightarrow \boxed{y = x^2-2}$

3) SIENDO $f(x) = 2^{x+5}-7$ y $g(x) = x+4$ (AMBAS SON FUNCIONES CONTINUAS)

$f \circ g(x): x \rightarrow y = f[g(x)]$

$y = f[x+4]$

$y = 2^{x+4+5}-7$

$f \circ g(x): x \rightarrow \boxed{y = 2^{x+9}-7}$

$g \circ f(x): x \rightarrow y = g[f(x)]$

$y = g[2^{x+5}-7]$

$y = 2^{x+5}-7+4$

$g \circ f(x): x \rightarrow \boxed{y = 2^{x+5}-3}$

ACTIVIDAD 13 = COPIAR TODO Y CALCULAR $f \circ g$ Y $g \circ f$ EN LAS SIGUIENTES SITUACIONES:

4) $f(x) = 3x$

$g(x) = 2x + 1$

5) $f(x) = x + 3$

$g(x) = \frac{1}{2}x$

6) $f(x) = x^2 + 5$

$g(x) = x - 3$

7) $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$

$g(x) = 2x$

8) $f(x) = 3^{x+1} - 2$

$g(x) = x + 7$