5to año Matemáticas ciclo superior
Actividad 12
Fecha de entrega 5/11/20
Por WhatsApp o por correo electrónico a diegotj2001@yahoo.com.ar

1/9/2020

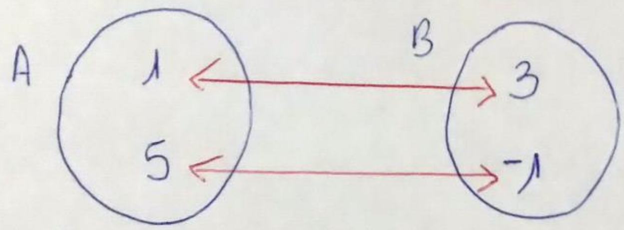
FUNCIONES INVERSAS

LAS FUNCIONES F y g SON FUNCIONES INVERSAS SI $F(g(x)) = x$ PARA TODAS LAS X EN EL DOMINIO DE g y $g(F(x)) = x$ PARA TODAS LAS X EN EL DOMINIO DE F.

ES UNA DEFINICIÓN COMPLEJA QUE PARA SU MEJOR ENTENDIMIENTO VEREMOS PRIMERO COMO FUNCIONAN EN DOS CONJUNTOS FINITOS DE ELEMENTOS. (SÓLO PONDRÉ DOS ELEMENTOS EN CADA UNA)

CONJUNTOS FINITOS:

$A = \{1;5\}$; $B = \{3;-1\}$



DEFINO LA PRIMERA FUNCIÓN TOMANDO COMO DOMINIO A "A" Y COMO IMAGEN AL CONJUNTO "B".

$F: A \to B \,/\, F = \{(1;3);(5;-1)\}$

LA FUNCIÓN INVERSA DE ESTA FUNCIÓN ES AQUELLA CUYO DOMINIO ES EL "B" Y LA IMAGEN ES EL CONJUNTO "A"

$F^{-1}: B \to A \,/\, F = \{(3;1);(-1;5)\}$

LA INVERSA DE UNA FUNCIÓN F ES USUALMENTE DENOTADA POR F^{-1} Y SE LEE "F INVERSA". (POR FAVOR, EL SUPERÍNDICE -1 EN F^{-1} NO ES UN EXPONENTE).

CONJUNTOS INFINITOS:

PARA EL PRIMER EJEMPLO UTILIZAREMOS UNA FUNCIÓN LINEAL QUE ES CONTINUA EN TODO SU DOMINIO (SU DOMINIO SON LOS $\mathbb{R}$ E IMAGEN $\mathbb{R}$)

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \,/\, f(x) = 2x - 1$$

POR LA DEFINICION DE FUNCIONES INVERSAS SABEMOS QUE SI

$$f : x \rightarrow y \Rightarrow f^{-1} : y \rightarrow x$$

BUSCAREMOS ENTONCES LA FUNCIÓN INVERSA DE $f(x) = 2x - 1$

$$\underbrace{f(x)} = 2x - 1$$

$y = 2x - 1$ — $f(x)$ Y LA VARIABLE "y" SON SINÓNIMOS POR ESO LLAMO A $f(x)$ COMO y.

$y + 1 = 2x$ — PASO EL 1 SUMANDO

$\frac{y + 1}{2} = x$ — PASO EL 2 DIVIDIENDO

$\frac{1}{2} y + \frac{1}{2} = x$ — REPARTO EL DENOMINADOR

$$\Rightarrow f^{-1} : y \rightarrow \frac{1}{2} y + \frac{1}{2}$$

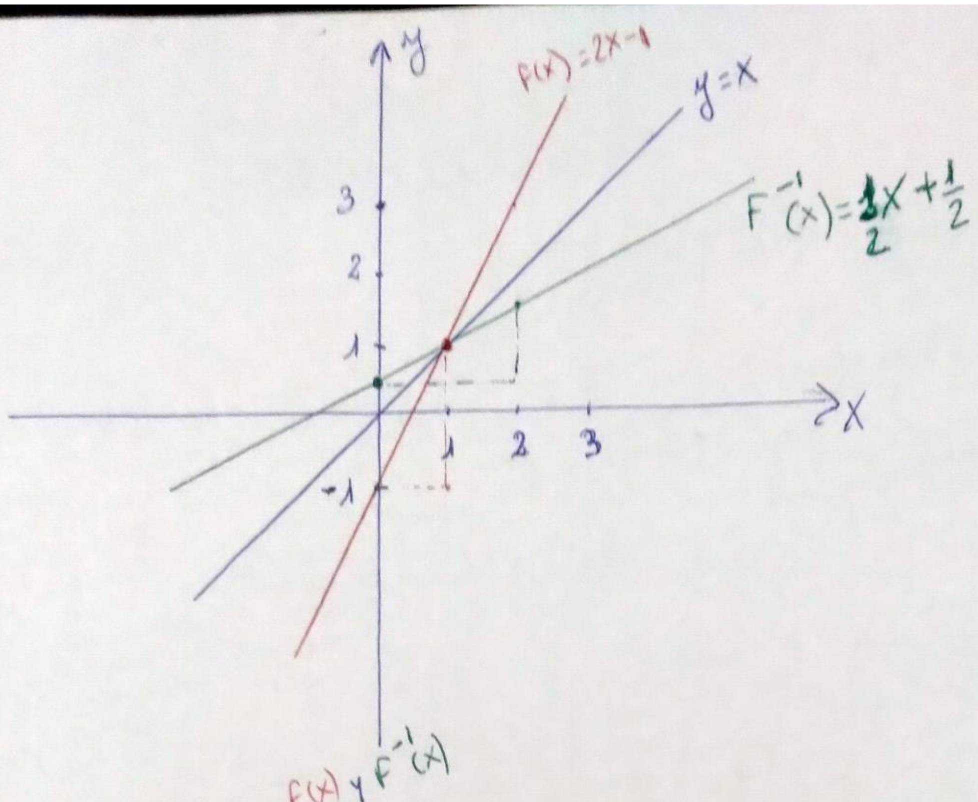
CAMBIO DE VARIABLE

$$f^{-1} : x \rightarrow \frac{1}{2} x + \frac{1}{2}$$

ó

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{2} x + \frac{1}{2}$$

GRAFICAREMOS $f(x)$ y $f^{-1}(x)$



PARA GRAFICAR LAS RECTAS PUEDEN HACER TABLAS DE VALORES, USAR LA PENDIENTE Y ORDENADA DE LAS FUNCIONES (ES LO QUE HICE) O BIEN CALCULAR LA RAÍZ Y ORDENADA Y TRAZAR LA RECTA.

POR ÚLTIMO MARQUÉ EN AZUL LA FUNCIÓN IDENTIDAD ($y = x$). SI $F^{-1}(x)$ FUE CALCULADA Y GRAFICADA CORRECTAMENTE LA FUNCIÓN IDENTIDAD PASARÁ SIEMPRE ENTRE MEDIO DE ELLAS (LES SIRVE PARA COMPROBAR SI LO CALCULARON CORRECTAMENTE).

RECIENTEMENTE HEMOS VISTO FUNCIONES EXPONENCIALES Y FUNCIONES LOGARÍTMICAS. Y CUANDO LO EXPUSE EL MARTES DE LA SEMANA PASADA LES HABÍA DICHO QUE LA FUNCIÓN LOGARÍTMICA ES EXACTAMENTE LA INVERSA DE LA FUNCIÓN EXPONENCIAL. MOTIVO POR EL CUAL ES BUENO COMPROBARLO HACIENDO LO QUE ACABAMOS DE VER. EN EL CASO DE UNA FUNCIÓN LINEAL SU INVERSA ES OTRA FUNCIÓN LINEAL. PERO EN EL CASO DE UNA FUNCIÓN LOGARÍTMICA SU FUNCIÓN INVERSA SERÁ UNA FUNCIÓN EXPONENCIAL Y VICEVERSA.

$f(x) = \log_2 (x+4) - 1$

REEMPLAZO $f(x)$ POR y

$y = \log_2 (x+4) - 1$

PASO EL -1 SUMANDO

$y + 1 = \log_2 (x+4)$

APLICO LA DEFINICIÓN DE LOGARITMO

$(2)^{y+1} = x + 4$

PASO RESTANDO EL 4.

$(2)^{y+1} - 4 = x$

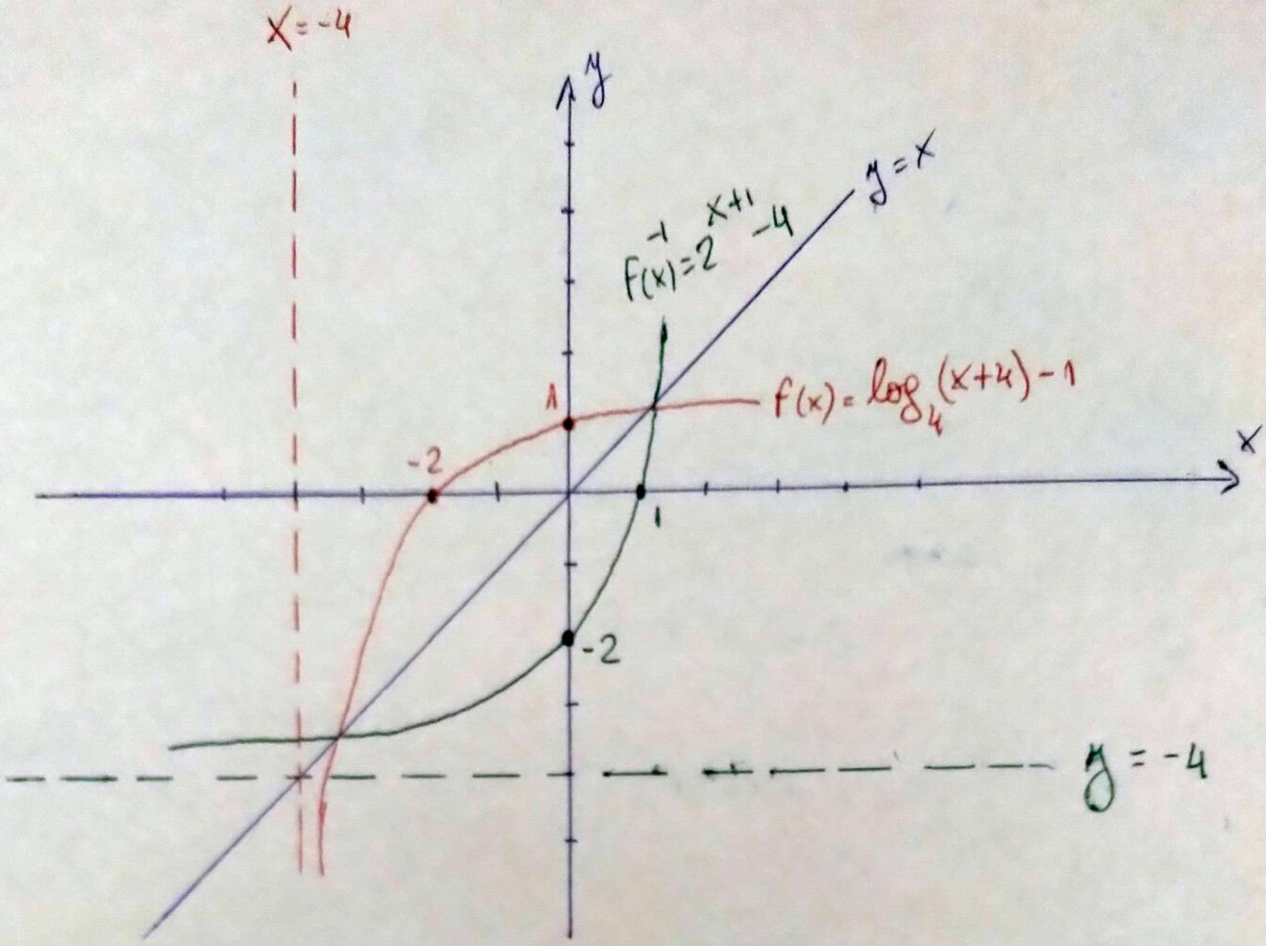
$f^{-1}: y \to 2^{y+1} - 4$

CAMBIO VARIABLE

$f^{-1}: x \to 2^{x+1} - 4$

ó $\boxed{f^{-1}(x) = 2^{x+1} - 4}$

GRÁFICOS	$f(x) = \log_2 (x+4) - 1$	$f^{-1}(x) = 2^{x+1} - 4$
DOMINIO	$(-4; +\infty)$	$\mathbb{R}$
A.V.	$x = -4$	$\nexists$
IMAGEN	$\mathbb{R}$	$(-4; +\infty)$
A H	$\nexists$	$y = -4$
RAÍZ	$\log_2 (x+4) - 1 = 0$ $\log_2 (x+4) = 1$ $(2)^1 = x + 4$ $2 - 4 = x$ $-2 = x$	$2^{x-1} - 4 = 0$ $2^{x-1} = 4$ $2^{x-1} = 2^2$ $x - 1 = 2$ $x = 1$
ORDENADA	$f(0) = \underbrace{\log_2 (0+4)} - 1$ $f(0) = 2 - 1$ $f(0) = 1$	$f^{-1}(0) = 2^{0+1} - 4$ $f^{-1}(0) = 2 - 4$ $f^{-1}(0) = -2$



PUEDEN APRECIAR QUE LA FUNCIÓN IDENTIDAD PASA POR EL MEDIO DE AMBAS FUNCIONES.

ACTIVIDAD:

1 OBSERVAR EL CUADRO DE LA PÁGINA 4 Y COMENTAR QUE SUCEDE ENTRE LOS VALORES DEL DOMINIO E IMAGEN DE $F(x)$ Y $F^{-1}(x)$. LO MISMO CON LAS A.V. y A.H. Y QUE SUCEDE CON LA RAÍZ Y ORDENADA.

2 CALCULAR $F^{-1}(x)$ PARA CADA FUNCIÓN Y LUEGO REALIZAR UN GRÁFICO DONDE ESTÉN $F(x)$ y $F^{-1}(x)$. GRAFICAR TAMBIEN LA FUNCIÓN IDENTIDAD $y = x$ PARA CORROBORAR QUE LAS INVERSAS QUEDARON BIEN CALCULADAS.

A $F(x) = 3x + 2$

B $F(x) = \log_3(x+1) - 1$