Actividad 10. Matemáticas Profe Diego tubio Fecha de entrega 8/10/20
Por WhatsApp o por correo electrónico a diegotj2001@yahoo.com.ar

4/8/2020 PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS

SIENDO "a", "b", "x" e "y" REALES POSITIVOS:

1) $\boxed{\log_a a = 1}$ SI EL ARGUMENTO Y BASE SON IGUALES, E
EL RESULTADO ES UNO

2) $\boxed{\log_a 1 = 0}$ SI EL ARGUMENTO ES 1, ENTONCES EL RESULTADO ES CERO

3) $\boxed{\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y}$

CUANDO HAY UN PRODUCTO DENTRO DEL ARGUMENTO DE UN LOGARITMO SE LO PUEDE REEMPLAZAR POR SUMA DE LOGARITMOS.

4) $\boxed{\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y}$

CUANDO HAY UN COCIENTE DENTRO DEL ARGUMENTO DE UN LOGARITMO SE LO PUEDE REEMPLAZAR POR L
RESTA DE LOGARITMOS.

5) $\boxed{\log_a (x)^m = m \cdot \log_a x}$ con $m \in \mathbb{R}$

EL EXPONENTE DE UN ARGUMENTO DE UN LOGARITMO PUEDE PASAR COMO PRODUCTO DEL LOGARITMO. RECOR
QUE LAS RAÍCES SON EXPONENTES FRACCIONARIOS.

6) $\boxed{\log_a a^b = a^{\log_a b} = b}$

7) CAMBIO DE BASE:

$$\log_3 7 = \frac{\log 7}{\log_3} = 1{,}771\ldots$$

8) $\boxed{\log_a x = \log_a y \iff x = y}$

SI LAS BASES SON IGUALES LOS ARGUMENTOS SON IGUALES.

Y ADEMÁS DE ESTAS 8 PROPIEDADES RECORDEMOS LA DEFINICIÓN:

$$\boxed{\log_a x = y \iff (a)^y = x}$$

RESOLVER LOS LOGARITMOS APLICANDO PROPIEDADES:
SIENDO $\log a = 3$; $\log b = 4$ y $\log c = 5$

a) $\log \frac{\sqrt[3]{a^5}\cdot\sqrt{b^3}}{c^2} = \log \sqrt[3]{a^5} + \log \sqrt{b^3} - \log c^2$ ← EN ESTE PASO APLIQUE LAS PROPIEDADES 3 y 4

$= \frac{5}{3}\cdot\underbrace{\log a} + \frac{3}{2}\underbrace{\log b} - 2\cdot\underbrace{\log c}$ ← EN ESTE PASO APLIQUE PROPIEDAD 5

$= \frac{5}{3}\cdot 3 + \frac{3}{2}\cdot 4 - 2\cdot 5 =$ ← REEMPLACÉ LOS VALORES.

$= 5 + 6 - 10 = \boxed{1}$

b) $\log \dfrac{a^3 \cdot b^2}{\sqrt{c^5}} = \log a^3 + \log b^2 - \log \sqrt{c^5} =$

$= 3 \cdot \log a + 2 \cdot \log b - \frac{5}{2} \log c =$

$= 3 \cdot 3 + 2 \cdot 4 - \frac{5}{2} \cdot 5 =$

$= 9 + 8 - \frac{25}{2} = \boxed{\frac{9}{2}}$

ECUACIONES LOGARÍTMICAS:

a) $\log_{x-3} 8 = 1$

APLICAMOS LA DEFINICIÓN

$(x-3)^1 = 8$

$x - 3 = 8$

$x = 8 + 3$

$\boxed{x = 11}$

CONDICIONES: RECORDAR QUE EL ARGUMENTO DEBE SER MAYOR A CERO Y LA BASE MAYOR A CERO Y DISTINTO A 1.

① $x - 3 > 0$

$\boxed{x > 3}$

② $x - 3 \neq 1$

$x \neq 1 + 3$

$\boxed{x \neq 4}$

b) $\log_{\sqrt{x+1}} (2x-3) = 2$

APLICAMOS LA DEFINICIÓN

$(\sqrt{x+1})^2 = 2x - 3$

$x + 1 = 2x - 3$

$1 + 3 = 2x - x$

$\boxed{4 = x}$

CONDICIONES

① $2x - 3 > 0$

$2x > 3$

$\boxed{x > \frac{3}{2}}$

② $\sqrt{x+1} > 0$

$(\sqrt{x+1})^2 > 0^2$

$x + 1 > 0$

$\boxed{x > -1}$

③ $\sqrt{x+1} \neq 1$

$(\sqrt{x+1})^2 \neq 1^2$

$x + 1 \neq 1$

$x \neq 1 - 1$

$\boxed{x \neq 0}$

c) $\log_3(x+2) - \log_3(-x+4) = 0$

CONDICIONES:

(1) $x+2>0$ $\boxed{x>-2}$

(2) $-x+4>0$ $\boxed{4>x}$

4

$\log_3(x+2) = \log_3(-x+4)$

$x+2 = -x+4$ APLICAMOS LA PROPIEDAD 8

$x+x = 4-2$

$2x = 2$

$x = 2:2$

$\boxed{x=1}$ ✓ CUMPLE AMBAS CONDICIONES

d) $\log_7(x+3) - \log_7(2x+7) = 0$

CONDICIONES

(1) $x+3>0$ $\boxed{x>-3}$

(2) $2x+7>0$

$2x>-7$

$\boxed{x>\frac{-7}{2}}$

$\log_7(x+3) = \log_7(2x+7)$

$x+3 = 2x+7$ APLICAMOS LA PROPIEDAD 8

$3-7 = 2x-x$

$\boxed{\cancel{-4=x}}$ SE CANCELA POR NO CUMPLIR LAS CONDICIONES. -4 ES UN NÚMERO MENOR A -3 Y A $-\frac{7}{2}$

(5)

e) $\log_3 \sqrt[3]{x} + \log_3 \sqrt[3]{x^5} = \log_3 16$

$\log_3 x^{\frac{1}{3}} + \log_3 x^{\frac{5}{3}} = \log_3 16$

$\log_3 x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{5/3} = \log_3 16$

$\log_3 x^2 = \log_3 16$

$x^2 = 16$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{16}$

$|x| = 4$ → $\boxed{x = 4}$ → $\boxed{\cancel{x = -4}}$

PASO 1 = REEXPRESAR LAS RAÍCES COMO POTENCIA FRACCIONARIA

PASO 2 = APLICO LA PROPIEDAD 3

PASO 3 = PRODUCTO DE POTENCIA DE IGUAL BASE SE SUMAN LOS EXPONENTES.

PASO 4 = APLICO LA PROPIEDAD 8.

CONDICONES:

① $\sqrt[3]{x} > 0$ ② $\sqrt[3]{x^5} > 0$

$\left(\sqrt[3]{x}\right)^3 > 0^3$ $\left(\sqrt[3]{x^5}\right)^{\frac{3}{5}} > 0^{\frac{3}{5}}$

$\boxed{x > 0}$ $\boxed{x > 0}$

SÓLO ES VÁLIDO EL RESULTADO $\boxed{x = 4}$ PORQUE $x = -4$ SE CANCELA POR NO CUMPLIR CON LAS CONDICONES DEL EJERCICIO.

F) $\log_4 \left(\log_2 (x^2+7)\right) = 1$

CONDICIÓN

$x^2+7>0$ ✓

DADO QUE TODO NÚMERO ELEVADO AL CUADRADO ES POSITIVO Y SI LE SUMO 7 SIGUE SIENDO POSITIVO, LA CONDICIÓN SE CUMPLE SIEMPRE.

(6)

APLICAMOS LA DEFINICIÓN

$(4)^1 = \log_2 (x^2+7)$

$4 = \log_2 (x^2+7)$

APLICAMOS NUEVAMENTE LA DEFINICIÓN

$(2)^4 = x^2+7$

$16 = x^2+7$

$16-7 = x^2$

$\sqrt{9} = \sqrt{x^2}$

$3 = |x|$

$\boxed{3 = x}$

$\boxed{-3 = x}$

AMBOS RESULTADOS SON VÁLIDOS YA QUE LA CONDICIÓN HABILITA CUALQUIER NÚMERO REAL

ACTIVIDAD 10 =

1) SIENDO $\log a = 5$; $\log b = 3$ y $\log c = 2$ RESOLVER APLICANDO LAS PROPIEDADES = a) $\log \dfrac{a^3 \cdot \sqrt[3]{b^2}}{c^4} =$ b) $\log \dfrac{a^5 \cdot b^2}{\sqrt[4]{c^3}} =$

2) RESOLVER LAS SIGUIENTES ECUACIONES =

a) $\log_6 (3x+7) - \log_6 (x+1) = 0$

b) $\log_3 \left(\log_2 (x^2+4)\right) = 1$

c) $\log_5 (x+12) - \log_5 (x+2) = 1$

d) $\log x^5 - 3\log x^2 + \log_{\frac{1}{4}} 64 = 0$